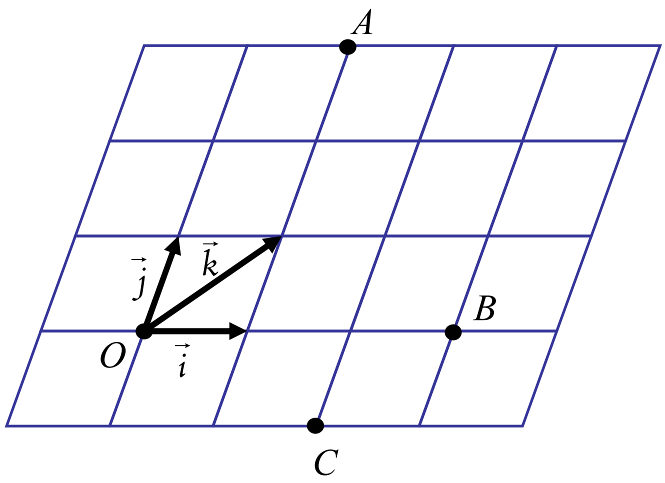
Coordonnées

Les réponses des exercices sont téléchargeables sur le site
MathEnSeconde.fr

Définition vectorielle des coordonnées d'un point

Exercice 1

Considérons les vecteurs et les points représentés sur le réseau de parallélogrammes isométriques suivant :



a) Dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, donner les coordonnées de A, B et C.

b) Dans le repère $\left(O;\vec{i};\vec{k}\right)$, donner les coordonnées de A, B et C.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Donner les coordonnées de A, B, C et D dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)$.

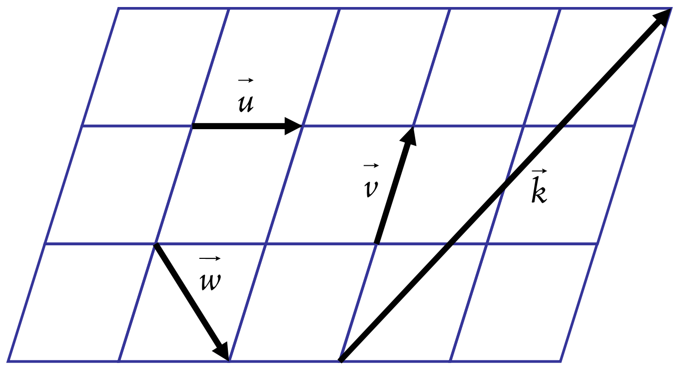
Exercice 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Donner les coordonnées de A, B, C et D dans le repère $\left(D;\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$.

Définition des composantes d'un vecteur

Exercice 4

Considérons les vecteurs représentés sur le réseau de parallélogrammes isométriques suivant :



a) Dans la base $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$, donner les composantes de $\vec{k}$ puis de $\vec{w}$.

b) Dans la base $\left(\vec{u};\vec{w}\right)$, donner les composantes de $\vec{k}$ puis de $\vec{v}$.

Exercice 5

En reprenant le dessin de l'exercice précédent : dans la base $\left(\vec{k};\vec{u}\right)$, donner les composantes de $\vec{v}$.

Exercice 6

Si $\vec{u}$ a pour composantes $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ dans la base $\left(\vec{i};\vec{j}\right)$, alors quelles sont les composantes de $\vec{j}$ dans la base $\left(\vec{u};\vec{i}\right)$?

Trouver les formules

Il est recommandé de traiter ces exercices avant de lire le paragraphe du cours sur les formule.

Exercice 7

Dans un repère (orthonormé si vous le souhaitez), représenter $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.

Représenter ensuite les vecteurs $\vec{u}+\vec{v}$, $-\vec{v}$ et $2\vec{u}$ et indiquer leurs composantes (sans argument).

Exercice 8

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, on pose :

$A(2;1)$ et $B(5;4)$

Soit I le milieu de $[AB]$. Sans explication :

a) Donner les composantes de $\overrightarrow{AB}$.
b) Donner les coordonnées de I.
c) Déterminer AB.

Exercice 9 *Au brouillon*

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\10\end{pmatrix}$

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}9\\-6\end{pmatrix}$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\10\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\15\end{pmatrix}$

e) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\7\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$

Premières formules

Exercice 10

$\vec{u}\begin{pmatrix}6\\9\end{pmatrix}$; $\vec{v}=\frac{2}{3}\vec{u}$; $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$; $\vec{k}=\vec{u}-\vec{v}$

Donner les composantes de $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{k}$.

Exercice 11

$A(2;3)$; $B(1;1)$; $C(-2;-1)$

a) Calculer les composantes des vecteurs :
$\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CB}$; $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.
b) Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[AB]$

Exercice 12

$A(3;1)$; $B(-1;2)$; $C(-2;-1)$

a) Soit D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Déterminer les coordonnées de D.
b) Soit A' l'image de A par la symétrie de centre C. Déterminer les coordonnées de A'.

Exercice 13

Soient $M(x;y)$ et $M'(x';y')$. Exprimer x' et y' en fonction de x et y dans chacun des cas suivants :

a) M' est l'image de M par la *translation* de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

b) M' est le symétrique de M par rapport à $A(3;2)$.

c) *Seul le résultat est ici demandé.*
Le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ est supposé orthogonal. M' est le symétrique de M par rapport à l'axe des abscisses.

d) M' est l'image de M par rapport à l'homothétie de centre O et de rapport 2.

Exercice 14

Dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ donné, on pose :
$A(5;1)$ et $B(3;-2)$.
Soit un point G tel que $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.
Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ puis en déduire les coordonnées de G.

Colinéarité

Dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ donné.
Si l'on souhaite représenter les vecteurs et points des exercices de ce paragraphe, on pourra le faire sur papier quadrillé (en supposant que ce repère est orthonormé, même si cette condition n'est pas utilisée dans ce paragraphe).

Exercice 15

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

$\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}+1\\ \sqrt{3}\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}\begin{pmatrix}\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}\\ \sqrt{6}\end{pmatrix}$

Exercice 16

Déterminer la valeur de x pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}\begin{pmatrix}x\\5\end{pmatrix}$

Exercice 17

$A(-2;-3)$; $B(1;1)$; $M(7;9)$
Démontrer que $M\in(AB)$

Exercice 18

$A(1;2)$; $B\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$; $M\left(2\ ;\ 2-\sqrt{2}\right)$
Est-ce que $M\in(AB)$?

Exercice 19

$A(5;3)$; $B\left(6;\sqrt{13}\right)$
Rappelons que O est, dans ce paragraphe, l'origine du repère dans lequel on se place.
Est-ce que O, A et B sont alignés ?

Exercice 20

$A(-3;1)$; $B(0;2)$; $C(5;0)$; $D(-1;-2)$
Démontrer que $ABCD$ est un trapèze.

Exercice 21

$A(1;2)$; $B(8;-1)$; $M(x;0)$
Pour quelles valeurs de x le point M appartient-il à la droite (AB) ?

Exercice 22

$A(1;2)$; $B(8;-1)$; $N(0;y)$
Pour quelles valeurs de y le point N appartient-il à la droite (AB) ?

Exercice 23

$A(2;0)$; $B(0;-1)$; $C(2;1)$
Soit $M(x;y)$ un point du plan. Traduire chacune des affirmations suivantes par une égalité portant sur x et y (ou seulement l'une des deux variables).

Dans les questions a), b) et c), seule la réponse est demandée. Dans les questions d) et e), on exprimera finalement y en fonction de x.

a) M appartient à l'axe des ordonnées.
b) M appartient à la droite passant par A et parallèle à l'axe des ordonnées.
c) M appartient à la parallèle à l'axe des abscisses passant par B.
d) $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont colinéaires. (Rappelons que O est l'origine du repère.)
e) $M\in(AB)$

Exercice 24

$A(2;0)$; $B(0;1)$; $M(x;y)$

On suppose que $M \in (AB)$. Exprimer y en fonction de x.

Distance

*Dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ **orthonormé**.*

Exercice 25

$A(3\,;10)$; $B(15;15)$; $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$

Calculer AB et $\|\vec{u}\|$.

Exercice 26

$A(1;2)$; $B(2;9)$; $M(6;7)$

Le point M appartient-il au cercle $\mathcal{C}$ de centre A et passant par B ?

Exercice 27

$A(4;0)$; $B(0;2)$; $C(3;3)$

ABC est-il :

a) Isocèle de sommet C ?

b) Rectangle en C ?

Exercice 28

$A(3;0)$; $M(0;y)$

Déterminer les valeurs possibles de y pour que M appartienne au cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 4.

Exercice 29

$A(2;1)$; $M(0;y)$

Déterminer y pour que M appartienne à la médiatrice de $[OA]$.

Exercice 30

Déterminer les composantes d'un vecteur $\vec{u}$ colinéaire à $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et de norme égale à 1.